ЭВОЛЮЦИЯ ПОНЯТИЯ РЕЗОНАНСА *)

Н. Д. Папалекси

Прежде чем приступить к докладу, позвольте мне выразить свою искреннюю признательность за высокую честь, оказанную мне приглашением сделать доклад перед столь уважаемыми научными и техническими учреждениями дружественной нам страны. Я в этом вижу не столько признание моих скромных научных заслуг, сколько выражение искреннего желания Вашего свободолюбивого народа укрепить культурные связи с нашей великой страной.

После долгого раздумья я позволил себе выбрать темой своего доклада «Эволюцию понятия резонанса». Этот выбор может, на первый взгляд, показаться несколько странным. Понятие резонанса принадлежит к самым основным, всем хорошо известным понятиям, и несомненно у многих может возникнуть мысль: что же нового можно сказать о такой старой, избитой вещи, как резонанс, и какой новый интерес это может представить для физики и техники? Ведь всем хорошо известно, что само слово «резонанс» происходит от «резонировать», что означает откликаться, увеличивать продолжительность или интенсивность звука, как говорит, например Ларусс. Все также хорошо знают, что явления резонанса имеют место не только в области звука, но и в механике, оптике и электричестве, что резонанс может явиться, например, причиной разрушения моста под действием периодической нагрузки, поломки валов при критических числах оборотов, качки судов, пробоя электрического кабеля (явление Ферранти). Почти каждый школьник теперь знает, что радиотехника основана на широком использовании резонанса. Что же ещё нового можно сказать о резонансе?

Именно потому, что роль резонанса в науке и технике чрезвычайно велика, что в жизни мы на каждом шагу встречаемся с теми или иными проявлениями резонанса: будь то вредными, губительных последствий которых мы стремимся избежать, или полезными, которые

*) Доклад, подготовленный по предложению Президиума Академии Наук для предполагавшейся весной 1946 г. поездки в Румынию по приглашению Румынской Академии Наук, Ясского Политехнического института и Румынского общества телефонов. Доклад не был прочитан ввиду того, что поездка не состоялась.

мы стараемся использовать как можно полнее — весьма важно глубокое и чёткое понимание того, что мы подразумеваем под резонансом. Если впервые с явлениями резонанса мы познакомились в области акустических и механических колебаний, а затем встретились с аналогичными явлениями в области электрических колебаний и в оптике, в результате чего выкристаллизовалось понятие «классического» резонанса, то в дальнейшем были обнаружены новые формы проявления резонансных явлений, как-то: «обобщённый» резонанс, резонанс «параметрический» и различные «нелинейные резонансы». В связи с этим уточнилось само понятие «классического» резонанса. Особую роль в эволюции понятия резонанса, несомненно, сыграло развитие радио, выдвинувшее новые проблемы и позволившее благодаря электронной лампе создать колебательные системы с новыми свойствами, отличными от свойств прежних систем. Новые виды резонанса уже сейчас приобрели заметное практическое значение и не только в области радио, и есть основание считать, что их значение в будущем ещё больше возрастёт.

Так как, с одной стороны, эти важные для практических применений вопросы не получили до сих пор широкого распространения и, с другой стороны, быть может, наиболее существенные результаты были получены как раз в научных институтах нашей страны, главным образом, школой учёных, связанной с именем недавно скончавшегося акад. Л. И. Мандельштама, то я и позволил себе выбрать темой своего доклада «Эволюцию понятия резонанса».

Обратимся прежде всего к понятию обыкновенного классического резонанса. Когда говорят о резонансе, то обычно имеют в виду замечательное свойство колебательной системы — будь то струна, маятник или электрический контур — приходить в особо интенсивные колебания при действии на неё переменной внешней силы определённого вида. Таким образом *понятие резонанса* связано с *реакцией колебательных систем определённого типа на воздействие определённой внешней переменной силы*. Какие же это системы и как можно охарактеризовать внешнюю силу, вызывающую обычный резонанс? Здесь мы должны обратиться к помощи математики, этому несравненному по краткости, точности и определённости средству формулировки. Так как поведение систем, в которых прежде всего были изучены явления резонанса, описываются линейными дифференциальными уравнениями: *обыкновенными* в случае, например, малых колебаний маятника или электрического колебательного контура и в *частных производных* для струны или радиоантенны, то такие системы называют, как известно, *линейными*. Как же охарактеризовать переменную внешнюю силу, вызывающую резонанс в линейной системе с постоянными параметрами, скажем для простоты, в электрическом колебательном контуре — так называемом линейном электрическом резонаторе? Хорошо известно, что под действием внешней *гармонической* силы линейный резонатор приходит в особо сильные колебания, если период его собственных колебаний совпадает с периодом внешней силы. Возбуждённые в резонаторе резонансные колебания также синусоидальны и имеют тот же период, что и внешняя сила. Далее, амплитуда резонансных колебаний пропорциональна амплитуде действующей силы и она тем больше (резонанс тем острее), чем меньше затухание колебательной системы. Эти свойства «классического» или «линейного» резонанса (быть может, его целесообразно назвать «гармонический» резонанс) и характеризуют способность линейного гармонического резонатора выделять из сложного колебания гармоническую составляющую той же частоты, что и его собственные колебания. На этих свойствах основана оценка действия переменной силы на любую линейную систему, а именно: линейный резонатор позволяет разложить переменную силу на сумму гармонических составляющих, найти, как говорят, по аналогии с оптикой, её спектр. Определяя затем действие каждой компоненты в отдельности на данную систему и суммируя все эти действия на основании применимости принципа суперпозиции к линейным системам, мы получаем таким образом суммарное действие всей силы на данную систему.

Тем обстоятельством, что в линейных системах с постоянными параметрами — будь то простые или сложные системы — гармоническое колебание проходит без искажения через все звенья цепи, несомненно, объясняется постепенно укоренившийся взгляд на гармоническое колебание как на самое простое. Это же обстоятельство обусловило также то широкое, почти исключительное значение, которое заслуженно приобрело представление переменной силы как суммы гармонических составляющих в физике и технике, особенно в радио, для рассмотрения периодических и почти периодических процессов. На этом представлении основано развитие и распространение весьма экономичных символических (комплексных) методов решения колебательных задач (Хевисайд, Карсон и др.). Исключительная плодотворность трактовки переменной силы как состоящей из спектра гармонических составляющих, или кратко из спектра частот, несомненно явилась причиной того, что выработался и укоренился *спектральный подход* к решению колебательных проблем.

Свойство линейного гармонического резонатора выделять из сложного колебания, содержащего целый спектр частот, лишь одно гармоническое колебание, совпадающее по частоте с его собственными колебаниями, было, как известно, особенно широко использовано в области связи (проволочной и радио) как для освобождения от помех, создаваемых другими источниками колебаний, так и для осуществления многократной телеграфии и телефонии по одному проводу или на одной несущей волне. Следует заметить, что для решения этой задачи были созданы весьма эффективные гармонические резонаторы нового типа, а именно электромеханические — с весьма малым коэффициентом затухания, пьезоэлектрические, магнитострикционные и др. Замечательные практические успехи, достигнутые в этой области связи, и упомянутый выше спектральный подход к вопросам колебаний постепенно укрепили ставшее почти всеобщим в кругах специалистов убеждение, что для лучшего использования волновой связи применяемые колебания должны быть возможно ближе к гармоническим и что селекция может быть наилучшим образом осуществлена только лишь с помощью линейной резонансной системы с постоянными параметрами и с возможно меньшим затуханием. Однако при этом, как известно, возникает следующее затруднение. Как всем хорошо известно, сигнал нельзя передать одной гармоникой: для осуществления передачи необходимо изменять форму колебания (его модулировать), или, иначе говоря, передавать целый спектр частот, причём этот спектр будет тем сложнее и шире, чем больше скорость передачи сигнала (особенно широк спектр частот при передаче телевидения — миллион и больше посылок в секунду). Таким образом гармонический резонатор не может полностью решить задачу освобождения радиоприёма от помех, так как если взять резонатор высокоселективный (с малым затуханием), то он не сможет принять сколько-нибудь быстрой передачи, даже телеграфной, если же сделать резонатор малоселективным (с большим затуханием), то он пропустит, кроме сигнала, и посторонние мешающие колебания. Такой антагонизм между скоростью передачи и остротой линейной селекции, в некотором смысле аналогичный известному принципу неопределённости в квантовой физике, естественно выдвинул вопрос о том, возможны ли другие способы селекции, не основанные на гармоническом резонансе.

Прежде всего возникает вопрос: существуют ли другие колебательные системы, кроме линейных, с постоянными коэффициентами, для которых применим принцип суперпозиции? Ответ здесь очень прост: да, существуют — это системы с переменными параметрами, зависящими только от времени. Примерами таких систем могут служить: маятник с периодически меняющейся длиной, или электрический колебательный контур с периодически изменяющейся ёмкостью (вращающимися обкладками конденсатора), гибкий (упругий) вращающийся стержень прямоугольного сечения, несущий на одном конце груз, двухполюсный ротор турбогенератора и т. п. Такие системы описываются линейными дифференциальными уравнениями с периодическими коэффициентами и к ним, как к линейным, применим принцип суперпозиции. Так, например, в случае простейшего электрического колебательного контура с ёмкостью, периодически меняющейся по закону

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_0}(1+m\cos\omega t), \tag{1}$$

мы получаем уравнение

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2(1+m\cos\omega t)\,x=0. \tag{2}$$

Что будет, если мы подвергнем такую систему действию внешней переменной силы $f(t)$, когда мы, иначе говоря, будем иметь уравнение

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2(1+m\cos\omega t)x=f(t)? \tag{3}$$

Будем ли мы и здесь наблюдать явления, аналогичные гармоническому резонансу и при каких условиях? Являются ли и здесь гармонические функции привилегированными функциями или нет? Для того чтобы получить ответ на эти вопросы, вернёмся снова к линейной системе с постоянными параметрами, описываемой уравнением

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x=f(t). \tag{4}$$

Оно, очевидно, представляет собой частный случай уравнения (3) для $m=0$. Попробуем математически строго сформулировать условие резонанса. Решение уравнения (4) получается, как известно, представлением $f(t)$ в виде:

$f(t)=a\cos\omega_0 t+b\sin\omega_0 t+$ члены, не содержащие $\cos\omega_0 t$ и $\sin\omega_0 t$ или, как выражаются математики, ортогональные к ним.

Тогда

$x=\frac{a}{\delta}\sin\omega_0 t-\frac{b}{\delta}\cos\omega_0 t+$ нерезонансные члены, дающие вынужденные колебания.

Если теперь $\delta\to 0$, то резонансные члены будут стремиться к бесконечности, а нерезонансные члены останутся конечными. Таким образом мы приходим к следующему критерию классического гармонического резонанса: пусть на систему дейст ует сила $\delta\cdot\varphi(t)$; тогда, как это следует из уравнения (4), которое теперь напишется в виде

$$\ddot{x}+\omega_0^2x=\delta[\varphi(t)-2\dot{x}], \tag{5}$$

если при $\delta\to 0$ установившееся вынужденное колебание остаётся конечным и отличным от нуля, то мы говорим, что имеет место резонанс. Решением будет одно из решений уравнения

$$\ddot{x}+\omega_0^2x=0, \tag{6}$$

т. е. одно из собственных колебаний гармонического резонатора. Этот тонкий анализ сущности гармонического резонанса, которым мы обязаны акад. Л. И. Мандельштаму, и лёг в основу теории резонанса в системах с периодическими параметрами, развитой учеником Л. И. Мандельштама, Г. С. Гореликом.

Заметим сначала следующее. Как мы видели, для

$$f(\ )=\delta(a\cos\omega_0 t+b\sin\omega_0 t)$$

решением уравнения (4) является установившееся колебание

$$x=\frac{1}{2\omega_0}(a\sin\omega_0 t-b\cos\omega_0 t),$$

т. е.

$$f(t)=2\delta\dot{x}, \tag{7}$$

что следует также непосредственно из уравнения (5).

Мы приходим таким образом к следующему определению линейного резонанса: резонанс наступает тогда, когда вынужденное колебание, вызванное $f(t)=\delta\cdot\varphi(t)$ стремится при $\delta\to 0$ к отличному от нуля собственному колебанию резонатора, причём это имеет место тогда, когда сила имеет в своём составе члены, пропорциональные производной от собственных колебаний резонатора. Это определение можно применить к линейной колебательной системе с периодическими параметрами, или кратко, к параметрической системе.

В самом деле, перепишем уравнение (3) в виде

$$\ddot{x}+\omega_0^2(1+m\cos\omega t)\,x=f(t)-2\delta\dot{x}. \tag{8}$$

Пусть u и v суть частные интегралы (собственные колебания) уравнения

$$\ddot{x}+\omega_0^2(1+m\cos\omega t)\,x=0. \tag{9}$$

Тогда, если

$$f(t)=2\delta(a\dot{u}+b\dot{v}),$$

то решением (7) будет, действительно,

$$x=au+bv, \tag{10}$$

остающееся конечным при $\delta\to 0$. Можно, далее, строго показать, что если $f(t)=\delta\cdot\varphi(t)$ не содержит в своём составе $\dot{u}$ и $\dot{v}$ (если, выражаясь математически, она ортогональна как к u, так и к v), т. е.

$$\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{+T/2} f(t)\cdot u\,dt=0 \quad \text{и} \quad \frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{+T/2} f(t)\cdot v\,dt=0,$$

то тогда решение уравнения (8) при $\delta\to 0$ будет также стремиться к нулю, т. е. резонанса не будет. Отсюда вытекает следующий критерий резонанса для линейного резонатора с периодическими параметрами, или, как мы его называем, для параметрического резонатора: если можно представить переменную силу $f(t)$ в виде:

$$f(t)=P\dot{u}+Q\dot{v}+g,$$

где g ортогональна к u и v и P или Q не равны нулю, то тогда имеет место резонанс. Таким образом параметрический резонатор избирает из состава переменной силы не гармоническую функцию, а слагаемое $P\dot{u}+Q\dot{v}$, причём чем меньше затухание δ, тем точнее вынужденное колебание совпадает при резонансе с одним из собственных колебаний резонатора. Что же представляют собой собственные колебания параметрического резонатора? Как видно из уравнения (9), в простейшем случае это — решения уравнения Матьё, теория которого была разработана в связи с вопросами небесной механики и которое приобрело большое значение также для различных областей физики и техники. В общем случае мы имеем дело с решениями уравнения Гилла.

В случае уравнения (9) u может быть представлено в виде

$$u = C_1 e^{\nu t} F(t) + C_2 e^{-\mu t} F(t),$$

где

$$\mu \approx \frac{\omega_0^2}{2\omega} m \sin 2\sigma,$$

$$F(t) = \sin\left(\frac{\omega t}{2} - \sigma\right) + \sum_{p=1}^{\infty} \left\{a_{2p+1} \cos\left[\left(p + \frac{1}{2}\right)\omega t - \sigma\right] + \right.$$

$$\left. + b_{2p+1} \sin\left[\left(p + \frac{1}{2}\right)\omega t - \sigma\right]\right\}$$

и

$$\frac{4\omega_0^2 - \omega^2}{\omega^2} \cong \frac{2\omega_0^2}{\omega^2} m \cos 2\sigma + \left(-1 + \frac{1}{2}\cos 4\sigma\right)\frac{\omega_0^4}{\omega^4} m^4.$$

Может возникнуть вопрос: что получится, если на параметрический резонатор воздействовать гармонической силой, например, вида $\cos \nu t$? Оказывается, что параметрический резонатор выделит из состава такой гармонической силы составляющую $Q\dot{v}$. Такую же составляющую параметрический резонатор выделит и из колебания $\cos(\nu + 2\omega)t$, $\cos(\nu + 4\omega)t$ и т. д. Это явление **кратного** резонанса, которое было впервые экспериментально обнаружено Г. С. Гореликом и Гинцем при исследовании суперрегенеративного приёмника и ими объяснено, наглядно показывает, что для линейных систем с периодическими параметрами гармоническая сила отнюдь не является простой.

Анализ резонансных явлений в линейных системах с периодическими параметрами не только позволил уточнить понятие классического или гармонического резонанса и, в известном смысле, обобщить понятие линейного резонанса, но он вместе с тем выдвинул на первый план вопрос о «собственных» колебаниях систем с периодическими параметрами. Поскольку, однако, такие системы не являются автономными, то, может быть, правильнее было бы говорить о том, какие колебания они совершают при периодическом воздействии на их параметры. Чего же можно было здесь ожидать с математической точки зрения? Математическая теория уравнений типа Матьё показывает, что в зависимости от соотношения между величинами ω_0/ω, m и δ возможны решения двух родов: **устойчивые**, т. е. такие, при которых возникшие вначале колебания постепенно затухают, и **не-**

устойчивые, для которых всякое возникшее колебание возрастает. Эти области неустойчивых решений можно наглядно изобразить на плоскости (m, ω_0/ω) (рис. 1). Здесь для определённого значения δ нанесены эти области (заштрихованные). Как видно из рис. 1, эти области расположены около значений $\omega_0/\omega = p/2$ ($p = 1, 2, 3, \ldots$), причём первая область достигается при меньших значениях m (глубины модуляции параметра), чем другие. Что же означают физически такие неустойчивые решения? Их физический смысл заключается в том, что если в реальной колебательной системе изменять периодически один из её параметров, например, длину маятника или ёмкость конденсатора электрического контура, то при подстройке частоты собственных колебаний системы на частоту половинную, равную или кратную частоте изменения параметра, в ней при всяком начальном возмущении должны возникнуть всё нарастающие колебания. Иными словами, система откликнется на внешнее воздействие и в ней возникнет своеобразный резонанс, который можно назвать «параметрическим» резонансом. Наблюдаются ли в действительности такие резонансные явления? В сущности говоря, мы ещё в детстве не раз бессознательно осуществляли такой резонанс, раскачиваясь на качелях, так как раскачивание качелей есть не что иное, как периодическое изменение качающимся момента инерции колеблющейся системы — качелей — в такт качаний. Как физическое явление параметрический резонанс был, повидимому, впервые осуществлён в 1859 г. Мельде в его известном опыте возбуждения поперечных колебаний струны периодическим изменением её натяжения с помощью вилки камертона, прикреплённой к её свободному концу. На возможность осуществления таких явлений в электрических колебательных системах указывал ещё в 1883 г. лорд Рэлей, который и дал впервые правильное теоретическое объяснение опыта Мельде.

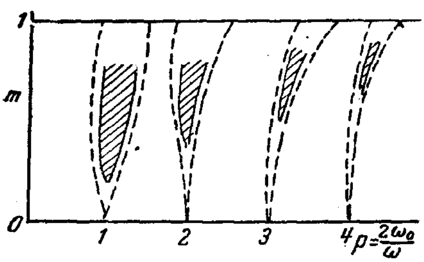

Рис. 1. Области неустойчивости колебаний систем с периодическими параметрами.

Хотя явления возбуждения колебаний в электрических колебательных системах путём периодического изменения самоиндуктивности наблюдались в электротехнике давно (случаи самовозбуждения электрических машин в цепях, содержащих ёмкость), однако только в последние годы такое возбуждение электрических колебаний было сознательно осуществлено в лабораториях акад. Л. И. Мандельштама и докладчика, дана его теория и исследован его резонансный характер. Оказалось возможным возбудить сильные резонансные колебания в электрической колебательной системе в отсутствие каких-либо явных электрических или магнитных полей одним только механическим периодическим изменением как её самоиндуктивности (1931 г.), так и её ёмкости (1933 г.). На рис. 2 показано осуществление переменной самоиндуктивности. Так как в наших первых опытах глубина модуляции параметра была не очень велика (0,2—0,4), то удалось возбудить параметрический резонанс лишь в первой области неустойчивости, т. е. первый или основной параметрический резонанс. В последнее время (1945 г.) в связи с осуществлением больших m (больше 0,5) нами был получен и изучен и второй параметрический резонанс для $p = 2$, т. е. для отношения частот изменения параметра и собственных колебаний системы 1:1.

Параметрический резонанс по своим свойствам резко отличается от классического (гармонического) резонанса. Прежде всего, частота возбуждения параметрических колебаний лишь при втором параметрическом резонансе равна частоте воздействия, в случае же первого или главного параметрического резонанса, который легче всего возбудить, частота возбуждённых колебаний равна половине частоты воздействия. Кроме того, область возбуждения параметрического резонанса, в отличие от гармонического, резко ограничена. Далее, параметрический резонанс имеет место только тогда, когда величина m, т. е. величина воздействия, достигает определённого значения, т. е., иными словами, для параметрического возбуждения существует порог величины воздействия. Наконец, установившиеся параметрические колебания не гармоничны, а содержат явно выраженные гармоники.

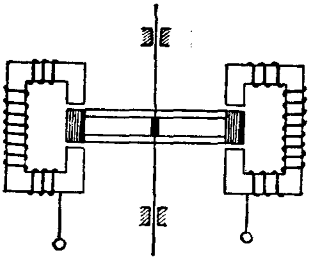

Рис. 2. Конструкция, обеспечивающая периодическое изменение самоиндукции.

Осуществление параметрического резонанса в электрических системах послужило основой для создания электрических генераторов переменного тока нового типа, в которых в отсутствие специальных магнитных или электрических полей возбуждения осуществляется преобразование механической энергии, затрачиваемой на периодическое изменение самоиндуктивности (или ёмкости), в электрический ток. Эти, так называемые параметрические генераторы переменного тока, разработанные в наших лабораториях на основании идей акад. Л. И. Мандельштама и докладчика, отличаются таким образом от обычных альтернаторов отсутствием обмоток возбуждения или постоянных магнитов и наличием в их цепи ёмкости. Простота конструкции, существенная экономия активных материалов, особенно меди, а также специфические особенности внешних рабочих характеристик делают эти машины особенно пригодными в ряде случаев, когда требуется применять переменный ток повышенной частоты (500 *гц* и выше) (рис. 3).

В параметрических машинах, как и в динамомашинах с самовозбуждением, стационарный режим определяется насыщением железа. Это обстоятельство вносит много существенно нового в поведение колебательной системы, делая её индуктивность зависящей не только от времени, но и от величины тока. Вследствие этого дифференциальное уравнение, описывающее поведение системы, перестаёт быть линейным: оно становится «нелинейным», почему и самую систему, как известно, принято называть «нелинейной». Со своеобразными резонансными явлениями в нелинейных колебательных системах, содержащих железо, электротехники встретились уже давно, и эти явления, как известно, получили название «феррорезонанса». Такие системы, к которым, как к нелинейным, неприменим принцип суперпозиции, характеризуются тем, что в них нет пропорциональности между амплитудой вынужденных колебаний и амплитудой воздействия. Кроме того, период собственных колебаний таких систем, как и в случае больших колебаний маятника, также зависит от амплитуды колебаний, а сами колебания здесь сильно негармоничны. Поэтому такие системы называют также «ангармоничными» или «псевдогармоническими». Как видно из рис. 4, форма кривой феррорезонанса не только существенно отличается от обычной кривой резонанса, но при больших амплитудах имеют место явления срыва колебаний и своеобразного колебательного гистерезиса.

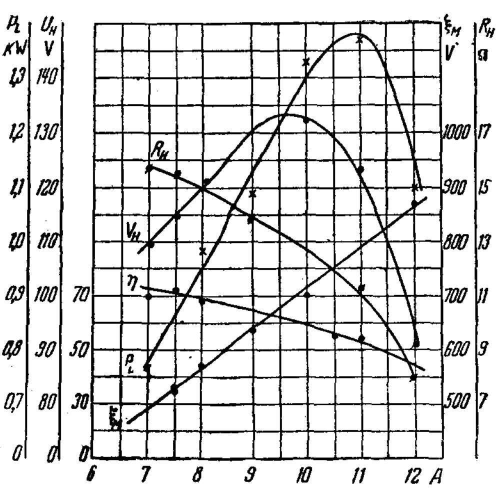

Рис. 3. Характеристики индуктивного параметрического генератора.

Развитие радио, обусловленное появлением электронной лампы и применением принципа обратной связи, выдвинуло на первый план изучение новых нелинейных электрических колебательных систем — так называемых **р е г е н е р а т и в н ы х**, в которых энергия для поддержания колебаний поставляется через обратную связь местным источником электрической энергии. Как всем хорошо известно, при достаточно большой величине обратной связи (больше критической) в таких системах возникают и длительно поддерживаются колебания, получившие название «автоколебаний», или, иными словами, так называемые «автоколебательные» системы становятся генераторами колебаний. Для того чтобы подчеркнуть это свойство регенеративных систем переходить при определённой величине обратной связи в автоколебательные, их, может быть, целесообразно называть «потенциально-автоколебательными».

Теоретическое и экспериментальное изучение поведения потенциально-автоколебательных систем под действием внешней э. д. с. как систем резонансных привело к новым весьма интересным результатам. Так как благодаря обратной связи возмещаются потери в регенеративной системе, то она при обратной связи, близкой к критической, обладает очень малым затуханием, а следовательно, очень высокой селективностью, степень которой, ввиду нелинейности характеристики электронной лампы, зависит от амплитуды воздействия и она тем больше, чем меньше амплитуда воздействия. Благодаря этим свойствам регенеративная система позволяет производить дискриминацию между усилением слабых и сильных сигналов. Однако этим не ограничиваются особенности регенеративных систем. При величине обратной связи, лишь немного отличающейся от критической, наблюдаются новые явления, не укладывающиеся в рамки нашего представления об обычном резонансе. Одно из этих явлений заключается в том, что при амплитуде воздействия больше определённой величины в системе возбуждаются интенсивные собственные колебания, независимо от частоты внешней силы, почему этот вид возбуждения получил название «асинхронного». Асинхронное возбуждение имеет место лишь в определённых пределах величины обратной связи, несколько меньшей критической; при режиме «жёсткого» самовозбуждения автоколебаний его можно сравнить с «релейным» действием. Существенно новое — и теоретически и практически более интересное — явление наблюдается при уменьшении обратной связи за пределы «асинхронного» возбуждения. Здесь, при настройке регенеративной системы на частоту, равную приближённо п о л о в и н е частоты внешней силы, в ней возбуждаются интенсивные колебания с частотой, точно равной половине частоты воздействия. Ввиду связи теории этого явления с теорией Пуанкаре о периодических решениях второго рода, это явление получило название р е з о н а н с а в т о р о г о р о д а. Кроме фундаментального отличия от классического резонанса, заключающегося в том, что при резонансе второго рода частота резонансных колебаний равна половине частоты воздействия, существует ещё ряд других различий между ними. Так, при резонансе второго рода колебания возбужда-

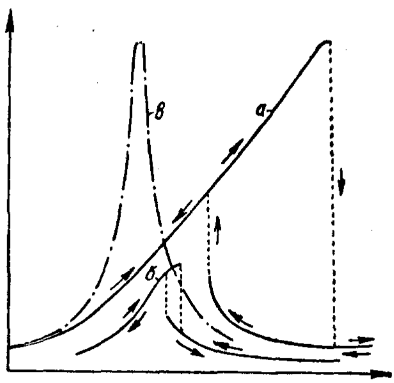

Рис. 4. Кривая феррорезонанса.

ются лишь в определённых пределах амплитуды действующей силы, т. е., иными словами, для величины воздействия существует как «порог», так и «потолок». От величины воздействия зависит также ширина области возбуждения. Кроме того, в отличие от обычного резонанса, при резонансе второго рода колебания нарастают сначала медленнее, а затем быстрее (рис. 5). На использовании этих своеобразных свойств резонанса второго рода основаны различные его применения как для трансформации частоты вниз, так и для целей селекции при радиоприёме (автопараметрический фильтр). Помимо практического интереса, явление резонанса второго рода представляет также и большой принципиальный интерес, так как в нём нашли своё физическое воплощение периодические решения второго рода Пуанкаре. Теория, развитая на основе математических методов Пуанкаре, позволила не только полностью разобраться в различных деталях явления резонанса второго рода, но и внесла также ясность в обширную и сложную область весьма разнообразных колебательных явлений, имеющих место в регенеративных системах (самовозбуждённых и несамовозбуждённых) как простых, так и сложных, при воздействии на них переменной силы. Так, например, если при воздействии гармонической силы на сложную (скажем, с двумя степенями свободы) линейную колебательную систему с постоянными параметрами резонанс в ней имеет место лишь при совпадении частоты ω воздействующей гармоники с частотой ω_1 или ω_2 одного из собственных колебаний системы, причём, естественно, частота резонансных колебаний точно равна частоте ω воздействия, то в случае сложной регенеративной системы при том же воздействии, при определённых условиях, наблюдается явление так называемого «комбинационного» резонанса, заключающегося в том, что при $\omega = \omega_1 + \omega_2$ или $\omega = \omega_1 - \omega_2$ в системе возбуждаются оба собственных колебания ω_1 и ω_2. Весьма большой практический и принципиальный интерес представляют своеобразные резонансные явления, имеющие место в самовозбуждённых системах. Сюда относится, например, явление «принудительной синхронизации частоты», состоящее в том, что под действием внешней гармонической э. д. с. частоты ω, частота автоколебаний системы делается точно равной ω/p, где $p = 1, 2, 3, \ldots$, если частота воздействия близка к основной частоте автоколебаний системы или её обертону. Такое «увлечение» или «принудительная синхронизация» частоты, известные в механике ещё со времён Гюйгенса, наблюдавшего синхронизацию часов, подвешенных

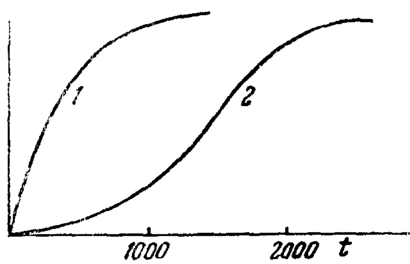

Рис. 5. Кривые нарастания колебаний при обыкновенном резонансе (1) и резонансе второго рода (2).

на одну и ту же стену, в настоящее время широко используются в радиотехнике как для синхронизации частоты передатчиков, так и для измерительных целей. Я не буду останавливаться на других своеобразных резонансных явлениях, имеющих место в «нелинейных» системах, как-то: «автопараметрический» или «дробный» резонанс или разнообразные «комбинационные» резонансы. Мне хотелось бы только коснуться ещё одной группы резонансных явлений, в которых, наряду с амплитудными и частотными зависимостями, существенную роль играют также и фазовые зависимости. Я имею в виду своеобразные явления, которые в особенно резкой форме проявляются в параметрическом резонаторе при воздействии на него э. д. с. с частотой, точно равной частоте изменения параметра. Для рассмотренного выше электрического параметрического резонатора [уравнение (3)] мы в этом случае получаем следующее уравнение:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2(1 + m\cos 2\omega t)\, x = a\cos(\omega t - \varphi).$$

Если величина m такова, что параметрический резонатор находится близко от самовозбуждения, то в нём под действием э. д. с. $a\cos(\omega t - \varphi)$ возникнут интенсивные вынужденные колебания, причём энергия их в основном поставляется за счёт работы, затрачиваемой на изменение параметра. Таким образом мы здесь имеем аналогию с ламповой регенеративной системой и можем рассматривать параметрический резонатор как параметрически регенерированную систему, степень регенерации которой тем больше, чем ближе система к границе самовозбуждения. Как показывают и теория и эксперимент, интенсивность вынужденных колебаний в такой системе сильно зависит от разности фаз φ между внешней э. д. с. и изменением параметра (рис. 6). Как видно из рис. 6, характер влияния изменения параметра сильно зависит от фазы: мы здесь имеем как область положительной регенерации (усиление колебаний), так и отрицательной регенерации (подавление колебаний), причём эффект тем сильнее, чем ближе система к самовозбуждению, т. е. чем меньше $\frac{2\delta}{\omega} - \frac{m}{2}$.

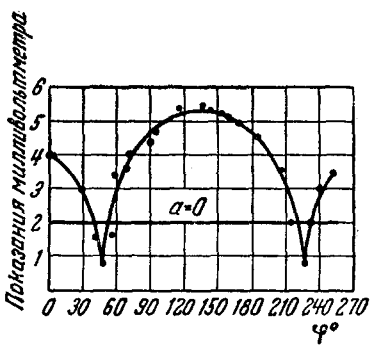

Рис. 6. Зависимость амплитуды колебаний в системе от разности фаз φ в режиме параметрической регенерации.

Так как при этом особо резкие эффекты наблюдаются при значениях фазы $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = 3\pi/2$, то можно сказать, что здесь осуществляется фазовая селекция и что параметрически регенерированный резонатор резонирует на определённую фазу.

При рассмотрении различных новых видов резонанса мы почти исключительно пользовались электрическими колебательными системами. Это объясняется тем, что многие из этих резонансов были впервые обнаружены или осуществлены именно с помощью радиотехнических схем ввиду их универсальности и гибкости. Однако это не означает, что новые виды резонанса наблюдаются только в области электрических колебаний. Так, с нежелательными и подчас разрушительными действиями параметрического резонанса мы встречаемся как в случае вращающегося гибкого стержня прямоугольного сечения, несущего груз на одном конце, так и при вращении двухполюсного ротора турбогенератора. Явление псевдогармонического резонанса может иметь место в ряде механизмов, в которых пружинность или гибкость изменяется с деформацией. Как указали А. А. Андронов и Г. С. Горелик, в циклотроне Лоуренса — замечательном приборе для ускорения ионов, — который приобрёл особое значение в связи с вопросами использования внутриатомной энергии, имеют место резонансные явления, носящие характер феррорезонансных: релятивистское изменение массы частицы аналогично изменению индуктивности цепи в зависимости от силы тока.

В своём беглом очерке я пытался изложить перед вами в самых общих чертах (более подробное изложение отняло бы слишком много времени), как по мере роста наших знаний в области колебаний и расширения этой области, понятие о резонансе, вначале смутное и неопределённое, постепенно уточнялось, углублялось и расширялось. Мне хотелось показать вам, как в результате этого постепенного углубления и уточнения наших знаний понятие классического, или гармонического, резонанса приобрело кристальную логическую ясность и математическую чёткость. С другой стороны, открытие новых видов резонансных явлений, понимаемых как возникновение в колебательной системе мощных колебаний в узком интервале частот, определённым образом связанном как с частотой внешнего воздействия, так и с частотой собственных колебаний системы, существенно расширило понятие о резонансе вообще, правда за счёт утраты чёткости. В результате обогащения наших знаний о колебаниях, и в частности о резонансе, значительно обогатился арсенал средств для решения различных задач в области колебаний.